10. LOVCI ČÍSEL

So, Nat'ralists observe, a Flea
Hath smaller Fleas that on him prey;
And these have smaller Fleas to bite'em;
And so proceed ad infinitum.
(Tak přírodovědci pozorují blechu.
Ta má menší blechy, které na ní cizopasí.
A ty mají opět menší blechy, které je kousají.
A tak to jde donekonečna.)

Jonathan Swift (1667–1745)

Již jsme poukázali na to, že vynález desetinných zlomků a logaritmů na konci 16. a na počátku 17. století podstatně ulehčil numerické výpočty a to se odrazilo na historii π, neboť zhruba v této době ho lidé začali počítat na stále větší počet desetinných míst, přičemž každá další číslice znamenala zvětšení přesnosti předchozí aproximace ne méně než desetkrát. Tento proces pokračoval daleko za hranice praktické použitelnosti. Na konci 16. století bylo π známo na třicet míst, na konci 18. století na 140 míst, na konci 19. století na 707 míst (ačkoliv se později ukázalo, že pouze 526 z toho bylo správných) a počítače ve 20. století zvýšily tento počet na 500 000 – a nejspíše ještě více, než budete číst tyto řádky.[55]

Archimédés vypočítal π na ekvivalent dvou desetinných míst a původní snaha o zvýšení přesnosti byla diktována praktickými důvody. Později, zejména po nástupu diferenciálního počtu a nekonečných řad, se na rozšíření počtu desetinných míst dala demonstrovat kvalita výpočetní metody. Někteří vědci snad doufali, že ve stále se prodlužující řadě číslic naleznou jakousi periodicitu. Kdyby tomu tak bylo, byli by schopni vyjádřit π jako poměr dvou celých čísel, neboť jestliže se určitá skupina čísel opakuje, pak by ta část byla součtem geometrických řad

$$S = a_0\,(q + q^2 + q^3 + \ldots) \qquad\qquad q = 10^{-d},$$

kde a_0 je číslo tvořené prvními d číslicemi, takže sečtením těchto geometrických řad bychom dostali

$$\pi = 3 + \frac{a_0}{1 - 10^{-d}} .$$

Jak ovšem v roce 1761 dokázal Lambert, π není racionální číslo, nemůže tedy být vyjádřeno jako poměr dvou celých čísel, což ukázalo, že jsou naděje na periodicitu marné. Dalším možným důvodem bylo, že výpočty π byly určitou výzvou k hledání lepších metod numerické analýzy, neboť numerické operace zdaleka nejsou jednoduché, jakmile počet operací vzroste, a každý malý trik by tak mohl uspořit hodiny výpočtů.

Domnívám se ale, že hlavní hnací silou těchto výpočtů byl lidský duch, který nutí člověka vrhnout se v sudu do Niagarských vodopádů nebo překonat světový rekord v sezení na tyči tím, že tam bude sedět o 20 minut déle. Číslice stojící za několika málo prvními číslicemi nemají již žádný praktický nebo vědecký význam. Čtyři místa jsou dostatečná pro navrhování těch nejpřesnějších strojů, deset míst by stačilo na určení obvodu Země s přesností na milimetry, jestliže by Země byla hladká koule (v poměru k velikosti je ve skutečnosti hladší než kulečníková koule). Nejnáročnější požadavky, které si mohu představit, by vznikly v ne zcela běžném případě programování počítačů. Počítače provádějí aritmetické operace pouze s racionálními čísly, kterými si aproximují čísla iracionální. Při zaokrouhlování posledního platného čísla mohou někdy programátora zradit, a tak je potřeba zvláštní obezřetnost, aby se zamezilo vlivu chyb zaokrouhlování při výpočtech obsahujících dlouhé sekvence určitých početních úkonů (například velmi malých rozdílů velmi velkých čísel). Ve FORTRANu, rozšířeném počítačovém jazyce, toho lze dosáhnout povelem DOUBLE PRECISION. To má za následek, že některé operace se provádějí nejméně na dvojnásobný počet platných číslic, než je jinak běžné. Skutečný počet užívaných desetinných míst se liší od počítače k počítači, ale s dvojnásobnou přesností se obyčejně užívá až sedmnáct míst. Pro tento extrémní případ je odpovídající hodnota π

$$\pi = 3{,}141\,592\,653\,589\,793\,24,$$

kde poslední číslice 4 vznikla zaokrouhlením ze 38. Nebo nám to poví počítač: ptáme se na 4 arctg 1 (což je π) s dvojitou přesností tím, že zadáme FORTRANu příkaz

PI = 4.0*DATAN(1.0 D 0).

Postup s dvojitou přesností se užívá jen tehdy, když je to skutečně nezbytné, protože může přinést více nepříjemností než užitku, a i sedmnáct desetinných míst je obyčejně více než dost.

Ve výše zmíněném, poněkud vyumělkovaném případě není žádný praktický či vědecký důvod znát více než sedmnáct míst. V roce 1889 na to poukázal Hermann Schubert, profesor matematiky v Hamburku, v následující úvaze:[56]

> *Představme si kouli, v jejímž středu je Země a jejíž povrch prochází Siriem, který je vzdálen 8,8 světelných let [to je vzdálenost, kterou by urazilo světlo, pohybující se rychlostí 299 792 458 metrů za sekundu, za 8,8 let]. Pak si představme, že tato ohromná koule by byla naplněna mikroby tak, že každý kubický milimetr by obsahoval miliony milionů těchto maličkých zvířátek. Nyní si přestavme, že tito mikrobi budou seřazeni jednotlivě podél rovné linie jeden vedle druhého tak, aby vzdálenost mezi každými dvěma byla rovna naší vzdálenosti od Siria, 8,8 světelných let. Předpokládejme pak, že dlouhá přímka tvořená mikroby bude poloměrem kruhu a že vypočítáme obvod tohoto kruhu násobením jeho průměru hodnotou π se stem desetinných míst. Pak i u tohoto kruhu enormních rozměrů se takto vypočítaný obvod nebude lišit od skutečného více než o miliontinu milimetru. Tento příklad dostatečně dokazuje, že počítání π na 100 nebo 500 desetinných míst je zcela zbytečné.*

Ale – mikrobi nemikrobi – lovci čísel se plahočili staletími.

Holandský matematik a inženýr opevnění Adriaan Anthoniszoon (1527–1607) našel hodnotu 355/113, která je správná na šest desetinných míst.

Rekord prolomil François Viète v roce 1593 hodnotou, již jsme uvedli na str. 108 a která byla správná na devět desetinných míst. Ale již téhož roku jeho rekord padl, když Adriaan van Roomen (1561–1610), Vlám, který užíval archimédovské mnohoúhelníky se 2^{30} stran, provedl výpočet na šestnáct míst.

Za tři roky byl i jeho rekord překonán dalším Holanďanem Ludolphem van Ceulenem (1539–1610), profesorem matematiky a vojenských věd na univerzitě v Leydenu. Ve své práci *Van den Circkel* (O kruhu, 1596) informuje o tom, že užil mnohoúhelníku se 60×2^{29} stranami, což přineslo hodnotu π na dvacet desetinných míst. Práce končí slovy: „Kdokoliv chce, může jít ještě dále." Nechtěl ale nikdo kromě Ludolpha samého. V knize *De Arithmetische en Geometrische fondamentem* (O základech aritmetiky a geometrie) vydané posmrtně v roce 1615 jeho ženou, uvádí hodnotu π správně na 32 míst a podle Snelliovy zprávy z roku 1621 přidal později ještě tři další číslice. Tropfke[57] uvádí, že tato tři poslední místa jsou vyryta do jeho náhrobního kamene v kostele sv. Petra v Leydenu. To zřejmě odporuje údajům jiných historiků, totiž že na jeho pomníku bylo vyryto všech 35 čísel, ale že se pomník ztratil. V každém případě, Ludolphova honba za čísly učinila na Němce takový dojem, že začali π nazývat Ludolfovým číslem (*Ludolphsche Zahl*).

Pak ale přišli hoši s pořádnou výzbrojí. V 17. století byl objeven diferenciální počet a s ním množství nekonečných řad a zlomků, jak uvidíme v následujících kapitolách. Astronom Abraham Sharp (1651–1742) užil řadu pro arkus tangens a dostal 72 desetinných míst a krátce nato v roce 1706 John Machin (1680–1752) užil rozdíl mezi dvěma arkus tangentami a dostal 100 desetinných míst. Byl však překonán francouzským matematikem Thomasem Fantetem de Lagnym (1660–1734), který dosáhl dalších 27 míst v roce 1717. Tento rekord (127 míst) vydržel, jak se zdá, až do roku 1794, kdy Jurij Vega (1754–1802) užil nové řady pro arkus tangens objevené Eulerem a vypočítal 140 desetinných míst. Vegův výsledek ukázal, že de Lagnyho řada čísel má na sto třináctém desetinném místě sedmičku namísto osmičky.

Poznamenejme ještě, že během 18. století se pustili do práce i čínští a japonští lovci čísel, ale japonské výsledky zaostávaly za evropskými a čínské byly zpožděny i za japonskými. Japonský matematik Takebe Katahiro v roce 1722 vypočetl číslo π na 41 desetinných míst s využitím mnohoúhelníku s 1024 stranami a Jošisuke Macunaga v roce 1739 došel k 50 desetinných místům při použití řady. Zdá se, že potom měli Japonci více rozumu než jejich evropští kolegové. Pokračovali sice ve studiu řad poskytujících π, ale neztráceli již čas honbou za jednotlivými číslicemi.

Vídeňský matematik Leopold Karl Schulz von Strassnitzky (1803–1859) použil vzorce pro arkus tangens, aby „naprogramoval" a jako předchůdce počítače využil mladého génia počítajícího z hlavy. Tím byl Johann Martin Zacharias Dase (1824–1861), o kterém budeme mluvit ještě později. V roce 1844 vypočítal π s přesností na 200 míst za méně než dva měsíce. Jeho výsledek je zapsán zde:

3,141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 884 197 169 399 375 105 820 974 944 592 307 816 406 286 208 998 628 034 825 342 117 067 982 148 086 513 282 306 647 093 844 609 550 582 231 725 359 408 128 481 117 450 284 102 701 938 521 105 559 644 622 948 954 930 381 96.

Ještě před Dasem spočítal v roce 1824 číslo π na 208 míst William Rutherford, ale jeho výsledek od patnáctého místa s Daseovým nesouhlasí. Tuto nesrovnalost vyřešil ve prospěch Daseho Thomas Clausen (1801–1885), který v roce 1847 publikoval 248 desetinných míst.

Bláznění však pokračovalo. V roce 1853 obdržel Rutherford 440 desetinných míst a v roce 1850 Richter 500. Když William Shanks v letech 1873–1874 publikoval 707 míst (*Proceedings of the Royal Society*, London), nejspíše si myslel, že tento rekord vydrží dlouhou dobu. A tak tomu skutečně bylo. Ale v roce 1945 našel Ferguson v Shanksových výpočtech chybu – od 527. místa dále[93] – a v roce 1946 publikoval 620 míst. S užitím stolního kalkulátoru dostal později 710 míst (v lednu 1947) a 808 míst (v září téhož roku).[93] K tomuto příběhu se vrátíme v kap. 18.

Abychom ocenili obrovskou práci nutnou k dosažení takových výsledků, musíme si uvědomit, že počítač může provést aritmetickou operaci, jako je sčítání nebo násobení dvou čísel, za méně než jednu miliontinu sekundy. Ale i soudobému počítači trvá asi 40 sekund (nepočítaje v to konverzi a zkoušky), než vypočítá Shanksových 707 míst. Jak mohli lovci čísel v 18. a 19. století dosáhnout takových výsledků? Většinou zřejmě tím, že popsali stohy papíru a pracovali měsíce a roky. Alespoň jeden z nich, Strassnitzky, užil lidského počítače, počítajícího mladého génia.

Bylo známo několik takových zázračných počtářů, a ačkoliv o podstatě jejich schopnosti je málo známo, je jasné, že mají s počítačem společné dvě základní dovednosti: rychlé provádění aritmetických operací a paměť, která obsáhne obrovské množství informací. Někteří z nich mají ještě jeden dar. Dokážou rozpoznat velký počet objektů, aniž je počítají. Vy nebo já jsme toho schopni, pokud je jejich počet tři nebo čtyři. Jestliže jsou objekty uspořádány do určitých obrazců, můžeme jich určit šest nebo deset, možná i více. Ale Johann Dase, který vypočítal 200 desetinných míst čísla π za méně než dva měsíce, dokázal po jediném pohledu udat počet ovcí ve stádě, knih ve skříni atd. (až do třiceti). Po sekundovém pohledu na dominové kostky udal správný součet jejich bodů 117. Když mu ukázali náhodně vybranou řádku písmen, správně udal jejich počet 63.

Truman Henry Safford (1836–1901) z Royaltonu ve Vermontu uměl již ve věku deseti let okamžitě udat třetí odmocninu ze sedmimístného čísla. Tehdy ho zkoušel reverend H. W. Adams, který požadoval, aby z hlavy umocnil na druhou číslo 365 365 365 365 365 365.

Dr. Adams o tom říká:

> *Pobíhal po místnosti jako čamrda, přetahoval kalhoty přes vysoké boty, kousal si ruce, koulel očima, chvílemi se smál a mluvil, pak zase vypadal jako v agonii, až asi za minutu řekl 133 491 580 208 566 925 016 658 583 225!*[59]

Truman Safford svoje nadání nikdy nepředváděl na veřejnosti. Ukončil Harvard, stal se astronomem a postupně ztratil výjimečné schopnosti, které měl v mládí. Nic z toho není pro většinu zázračných počtářů typické. Mnozí z nich, mezi nimi i náš Johann Dase, byli učení idioti (*idiot savant* – syndrom učence): vynikali v rychlých výpočtech, ale dost pomalu chápali vše ostatní včetně matematiky. Dokonce jen málo z nich umělo rozumně vysvětlit, jak provádějí své výpočty, a ti, kteří to udělali, uváděli neohrabané metody.

Například Angličan Jedediah Buxton (1707–1772) se nikdy nenaučil číst a psát, ale uměl zpaměti vypočítat, kolik liber, šilinků a pencí dá čtvrtpence, jestliže ji 140krát zdvojíme (počet liber byl 39ciferný a libra tehdy měla 20 šilinků, každý po 12 pencích). V roce 1754 navštívil Londýn, kde několik členů Královské společnosti potvrdilo nefalšovanost jeho výkonů. Vzali ho též do divadla Drury Lane Theater na jakousi hru. Scéna na něho neudělala vůbec žádný dojem, zato ale informoval své hostitele o přesném počtu slov, která užili jednotliví herci, a o počtu kroků, jež jiní odtančili. Ještě překvapivější bylo, že jeho aritmetické metody, pokud je vůbec mohl vyložit, byly značně neohrabané. Například se nikdy nenaučil sčítat mocnitele deseti při násobení. Nazýval 10^{18} „kmen“ a 10^{36} „křeč“.[58]

Johann Dase, k němuž se ještě za chvíli vrátíme, byl také učený idiot a tupost všech těchto zázračných počtářů je třetí vlastností, kterou mají společnou s počítačem. Na rozdíl od zlotřilých „elektronických mozků“ ve sci-fi a v televizi, je počítač blbec, jehož naprostá imbecilita bývá k uzoufání. Jestliže v programu zapomenete napsat řádek přikazující vytisknout výsledek, počítač provede všechny složité výpočty a pak je zase vymaže a dá vám jako výsledek pouze čistý list papíru. Když zadáte číslo tři jako „3“ místo „3.“, odmítne provádět program a místo toho napíše něco nesrozumitelného jako:

ERROR IN LINE 123: ILLEGAL MIXING OF MODES,
EXECUTION DELETED. TIME 23 SEC.
(Chyba na ř. 123: Nedovolené směšování modů,
provádění zastaveno. Doba 23 sekund.)

Jestliže je počítač tak chytrý, proč místo chrlení podobné hatmatilky sám nedoplní tu tečku? Zeptejte se ho. Ale bude jen dál sedět jako debilní hromada drátů, polovodičových součástek a pásků, a neřekne vám nic. Protože počítač je neobyčejně rychlý, má

Obr. 41 Carl Friedrich Gauss (1777–1855)

ohromnou a rychle dostupnou paměť, ale na rozdíl od všeobecného přesvědčení je zcela bez inteligence a pouze otrocky provádí instrukce, které do něj byly vloženy. Nejinteligentnější věc, které je schopen bez pomoci svého programátora, je stávkovat, když se od něj vyžaduje práce bez zajištění klimatizace.

Ale vraťme se k Johannu Martinu Zachariasovi Dasemu. Narodil se v roce 1824 v Hamburku, dostalo se mu dobrého vzdělání a měl mnoho příležitostí rozvíjet své schopnosti, jenže dělal velmi malé pokroky. Všichni, kdo ho znali, byli zajedno v tom, že kromě počítání a čísel byl celkem hloupý. Zůstal naprosto nevzdělaný v geometrii a nikdy se nenaučil žádný jiný jazyk než němčinu. Jeho mimořádné schopnosti k výpočtům měřili význační matematikové: zpaměti vynásobil dvě osmimístná čísla za 54 sekund, dvě dvacetimístná čísla za 6 minut, dvě čtyřicetimístná čísla za 40 minut a dvě stomístná čísla (též zpaměti!) vynásobil za 8 hodin a 45 minut. Aby mohl dosáhnout takovýchto výsledků, musel mít fotografickou paměť. O jeho schopnosti poznat počet předmětů bez počítání jsem se již zmínil a dá se předpokládat, že i toho dosahoval díky fantastické paměti, tedy že pohlédl na stádo ovcí a pak je rychle sečetl na fotografickém obraze ve své paměti. Dokázal si například během půl sekundy zapamatovat dvanáctimístné číslo a pak ihned jmenovat, která číslice je na určitém místě. Ať byl mechanismus, který umožňoval jeho mozku takové výkony,